Centrale Méditerranée

Proposition de sujet d'alternance recherche 1A
2026-27

Laboratoire:	Institut de Mathématiques de Marseille	
Titre du sujet :	Approximation non linéaire de problèmes d'évolution	
Candidat* :		
Encadrement **:	Premier tuteur	Second tuteur
Nom :	Billaud-Friess	
Prénom :	Marie	
Qualité *** :	Professeur des Universités	
Localisation :	ECM-I2M	
Coordonnées *(e-mail/tel)*	marie.billaud_friess@centrale-med.fr	
Déplacements possibles **** :	réunions de travail sur les campus de l'aMU à St Charles ou de Centrale Méditerranée	

** si vous avez déjà accepté un alternant recherche*
*** un co-encadrement est possible.*
**** l'encadrement devra être assuré de préférence par au moins un permanent du laboratoire, au minimum titulaire d'un Doctorat.*
***** au cas ou dans le cadre de son travail l'alternant serait amené à se déplacer vers un second laboratoire.*

Descriptif du sujet et de la mission :

On s'intéressera dans ce projet d'alternance à la résolution numérique de problèmes d'évolution sous la forme issus par exemple d'équations aux dérivées partielles rencontrées en physique, finance etc. En particulier, on se focalisera sur des méthodes d'approximation non linéaire parmi lesquelles se distinguent les réseaux de neurones.

Dans [1], les auteurs proposent de chercher en tout temps une approximation de la solution sous la forme d'une fonction paramétrée c'est-à-dire de paramètres notés dépendant du temps. En pratique étant fixée, il suffit de déterminer l'évolution de . Cette évolution est obtenue par le biais d'un principe variationnel à la Dirac-Frenkel qui consiste à projeter l'équation dans l'espace tangent de la variété des solutions approchées i.e. l'espace engendré par les dérivées de par rapport aux composantes de . Cependant il a été observé que ce problème d'évolution sur les paramètres peut être mal posé. Notamment, il fait intervenir une matrice de Gram associée à la paramétrisation qui peut être mal conditionnée voire non inversible. Cette dégénérescence est liée aux possibles dépendances linéaires des dérivées de par rapport aux paramètres qui engendrent l'espace tangent. Plusieurs solutions ont été proposées pour traiter ce problème : sélection aléatoire des paramètres à faire évoluer, régularisation de Tikhonov etc. Récemment les auteurs de [2] ont proposé un principe à la Dirac-Frenkel avec inertie donnant lieu à un problème d'évolution sur les paramètres bien posé.

L'objectif de cette alternance est de faire une étude bibliographique afin de comprendre l'approche récemment proposée dans [2] par rapport à celle d'origine [1] et la confronter aux alternatives proposées dans la littérature. En particulier, nous nous concentrerons sur la compréhension des résultats d'existence et d'unicité pour la dynamique des paramètres ainsi que l'estimation d'erreur a posteriori obtenue sur l'approximation . Nous pourrons aussi être amenés à implémenter sur machine les méthodes étudiées pour illustrer numériquement leur comportement pour la résolution d'équations aux dérivées partielles. Enfin, le lien avec les méthodes d'approximation de faible rang dynamique [3] pourra aussi être exploré.

[1] Neural Galerkin Schemes with Active Learning for High-Dimensional Evolution Equations, 2022, Joan Bruna, Benjamin Peherstorfer, Eric Vanden-Eijnden

[2] Dirac-Frenkel dynamics with inertia for nonlinearly parametrized solutions of evolution problems, 2026, Matteo Raviola, Benjamin Peherstorfer

[3] Dynamical Low-Rank Approximation, 2007, Othmar Koch, Christian Lubich

Validation pour mise en ligne ECM :