

Proposition de sujet d'alternance 1A
2024-25

Laboratoire : Institut de Mathématiques de Marseille (I2M, UMR 7373)
Titre du sujet : <i>Modélisation de surfaces minimales triplement périodiques à densité variable pour la fabrication additive d'implants</i>
Nom : Christophe POUET (PU, I2M) & Jean-Marie ROSSI (MCF, Inst. Sciences du Mouvement)
Localisation : ISM UMR7287, Hôpital Sainte-Marguerite IML – APHM; I2M UMR7373 site Saint-Charles
Coordonnées : christophe.pouet@centrale-med.fr (I2M) ; Jean-marie.rossi@centrale-med.fr (ISM)

** Ce projet d'alternance sera co-encadré entre l'Institut de Mathématiques de Marseille (I2M, UMR 7373) et l'ISM, avec une localisation des travaux à l'ISM majoritairement.*

Descriptif du sujet et de la mission (au moins sur la 1^{ère} année) :

Les structures lattices (traduction : en treillis) sont des matériaux architecturés d'origine synthétique ou naturelle. Elles peuvent être définies comme une combinaison d'un matériau et de zones vides, assemblés d'une manière créant des caractéristiques physiques inatteignables par un matériau seul. Les exemples les plus simples rencontrés dans la nature sont les structures cristallines ou organiques (nids d'abeille, toiles d'araignées, carapaces de homard, éponges de silice...).



Fig. 1 : illustrations de différents structures en treillis présentes dans la Nature

L'usage de ces géométries étant impossible à petite échelle, les seuls exemples viables sont les projets de construction massifs, tels que les ponts et les bâtiments en acier.



Fig. 2 : structures en treillis en génie civil et ouvrages d'art

De par leurs caractéristiques géométriques, elles peuvent être utilisées pour obtenir des pièces légères et de haute performance. De façon plus générale, elles permettent de réaliser différents types de fonctions telles que l'amortissement, la flexibilité, la résistance ou la dissipation mécanique, les échanges ou la dissipation thermique.

Différents types de structures en lattice.

Une structure en treillis est fondée autour du modèle d'une cellule unitaire répétée en série : un motif qui est copié encore et encore dans différentes directions, créant ainsi un treillis. Le type de treillis produit dépend de la forme et de la disposition des cellules unitaires. Les types de treillis peuvent être regroupés en différentes catégories qui reflètent leurs principales propriétés.

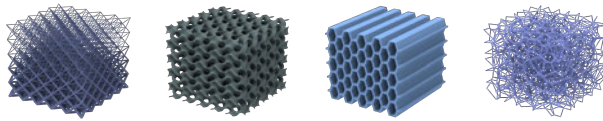


Fig. 3 : Différentes typologies de structures lattices

Parmi elles, les **TPMS** présentent un fort potentiel. TPMS est l'acronyme de *Triply Periodic Minimal Surface* (surface minimale triplement périodique). Une surface minimale triplement périodique est caractérisée par une courbure moyenne nulle en tout point, ce qui minimise localement l'aire, et s'étend périodiquement dans trois directions indépendantes sans auto-intersections. La mise en œuvre de TPMS pour remplir des produits est intéressante car leurs propriétés topologiques permettent un support entre les couches présentant des avantages de fabrication par rapport aux treillis basés sur des poutres.

Décrites à l'origine à la fin des années 1800 par le mathématicien allemand Hermann Schwarz, les **TPMS sont utilisées dans la le biomédical** car elles permettent d'obtenir des performances remarquables en **termes mécaniques mais également biologiques**.

Les avantages offerts par les TPMS impliquent non seulement la flexibilité dans l'ajustement des propriétés mécaniques, mais aussi la présence d'autres caractéristiques qui se sont avérées pertinentes dans le **processus de remodelage osseux**. Outre la géométrie en général, la courbure de la surface sur laquelle résident les cellules en particulier est apparue récemment comme un **facteur important qui détermine le taux de régénération des tissus**. De nombreuses études ont montré que la régénération des tissus augmente avec la courbure et que la croissance des tissus progresse beaucoup plus vite sur les surfaces concaves que sur les surfaces convexes et plates. Les biomatériaux poreux basés sur des surfaces minimales semblent donc permettre d'améliorer les performances d'ostéointégration et de régénération des tissus osseux.

Il existe une centaine de structures TPMS connues : gyroïde, hélicoïde, surface minimale de Bour, de Catalan, de Costa, d'Enneper, de Henneberg, d'Hoffman, de Scherk, de Schwarz, ... ou encore trinoïde. La plus populaire est la **cellule gyroïde**, une cellule TPMS basée sur l'équation $\sin(x)\cos(y) + \sin(y)\cos(z) + \sin(z)\cos(x) = 0$. En modifiant l'équation ou en utilisant une équation trigonométrique différente, il est possible de créer différentes formes de cellules unitaires. Les structures en treillis produites à partir de ces formes sont complexes et variées, présentent une série de propriétés uniques qui peuvent être exploitées dans l'impression 3D.

Ce projet d'alternance sera mené en collaboration entre l'Institut des Sciences du Mouvement - ISM UMR7287 et l'Institut de Mathématiques de Marseille (I2M, UMR 7373). L'objectif de la première année d'alternance sera d'appréhender le concept mathématique de TPMS via une étude bibliographique poussée puis de mettre en œuvre un code (Matlab ou Python) permettant de modéliser des structures TPMS de motifs différents en vue de leur paramétrage et de la génération de fichiers CAO configurés pour la fabrication additive.

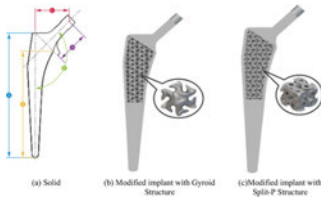


Fig. 5 : Exemple d'implant poreux à base de TPMS

Validation pour mise en ligne ECM :