

TD2 : Tableaux statiques

Exercice 1

On considère un ensemble de k données stockés dans un tableau de données statique T de N cases (avec $0 \leq k \leq N$).

Remarques :

- Les cases du tableau sont numérotées de 0 à $N - 1$
- Les données sont de type quelconque mais chaque case ne peut contenir qu'une donnée
- Si i est un indice de case, $T[i]$ désigne le contenu de la case
- N est fixé mais k varie en fonction du nombre de données stockées

Question 1

Propriété 1 : les données sont stockés dans les k premières cases du tableau. Ainsi, les cases de 0 à $k - 1$ sont occupées et l'indice k désigne la première case libre.

Ecrire un algorithme permettant d'insérer une nouvelle donnée t dans le tableau T en conservant la propriété 1. Quelle est sa complexité?

Propriété 2 : il n'y a pas de doublons dans le tableau, autrement dit $\forall i, j < k$, si $i \neq j$ alors $T[i] \neq T[j]$.

Ecrire un algorithme permettant d'insérer une nouvelle donnée t dans le tableau T en conservant les propriétés 1 et 2. Quelle est sa complexité?

Propriété 3 : On suppose qu'il existe un ordre $<$ sur les données. $\forall i, j < k$, si $i < j$ alors $T[i] < T[j]$.

Ecrire un algorithme permettant d'insérer une nouvelle donnée t dans le tableau T en conservant les propriétés 1, 2 et 3. Quelle est sa complexité?

Question 2

Un algorithme de recherche prend en argument une donnée t et retourne :

- Le numéro de la case contenant t si t est présent dans le tableau
- -1 sinon ("donnée absente")

Ecrire un algorithme de recherche conservant la propriété 1, un algorithme de recherche conservant les propriétés 1 et 2, puis un algorithme de recherche conservant les propriétés 1 et 2 et 3. Quelle est leur complexité?

Question 3

Un algorithme de suppression prend en argument une donnée t et :

- Supprime t du tableau si t est présent dans le tableau
- Ne fait rien sinon

Ecrire un algorithme de suppression conservant la propriété 1, un algorithme de suppression conservant les propriétés 1 et 2, puis un algorithme de suppression conservant les propriétés 1 et 2 et 3. Quelle est leur complexité?

Exercice 2

On appelle *liste* une structure abstraite ordonnée telle que l'on puisse accéder de manière directe à l'élément i et à laquelle on puisse ajouter (et supprimer) autant d'éléments que l'on souhaite. Une caractéristique importante de cette structure est son nombre d'éléments.

Une implémentation des listes peut être effectuée comme suit:

- On commence par créer un tableau de taille $n = 1$, le nombre initial d'éléments étant $k = 0$
- A chaque ajout d'élément:
 - si $k < n$,
 - ajouter l'élément à la position k
 - $k \leftarrow k + 1$
 - sinon :
 - allouer un tableau à $2 * n$ éléments et $n \leftarrow n * 2$
 - copier les k premiers éléments du tableau initial dans le nouveau tableau & supprimer le tableau initial.
 - ajouter l'élément à la position k
 - $k \leftarrow k + 1$

Montrez que la complexité de l'ajout de k éléments à la fin d'une liste originellement vide est $O(k)$.

Exercice 3 (Suppression de doublons)

La structure de données utilisée ici est la liste. On considérera que la création d'une liste vide, l'ajout d'un élément en fin de liste & la lecture d'un élément dans une liste se font en $O(1)$ opérations.

1. Donnez un algorithme permettant de résoudre le problème suivant :
 - Données : Une liste L & une valeur va .
 - Rendre : Une liste $L2$, restriction de L aux valeurs différentes de va .
 - Quelle est sa complexité ?
2. Utilisez la question précédente pour écrire un algorithme résolvant le problème suivant :
 - Données : Une liste L .
 - Rendre : Une liste $L2$ ne contenant qu'une seule occurrence de chaque valeur de L & en conservant le même ordre.
 - Quelle est sa complexité ?
3. Même question que précédemment, mais on considère que la liste L en entrée est triée. Donnez un algorithme en $O(n)$ pour résoudre ce problème, où n est le nombre d'éléments de L .
4. Si l'ordre des éléments de $L2$ n'est pas important, proposez une meilleure solution à la question du point 2.

Exercice 4

On considère comme dans l'exercice 1 un tableau statique de données T de taille N . A la différence de l'exercice 1,

- Il est possible d'écrire plusieurs données dans une case de tableau :
 - chaque case de T peut contenir entre 0 et n données
 - $0 \leq k[i] \leq n$ est le nombre d'éléments contenus dans la case i
 - $0 \leq K \leq N$ est le nombre de cases effectivement occupées (la valeur de K peut varier au cours du temps).

1. En vous inspirant de l'exercice 2, montrez qu'il est possible d'insérer une donnée t dans une case i quelconque en temps constant
2. Si les données sont triées ($\forall i, j < K, i < j$ alors $\forall t \in T[i], \forall s \in T[j], t < s$), montrez qu'il est possible d'insérer une donnée dans le tableau en $O(\log K)$.

From:

<https://wiki.centrale-marseille.fr/informatique/> - **Wiki informatique**

Permanent link:

https://wiki.centrale-marseille.fr/informatique/tc_info:td2

Last update: **2018/09/24 16:21**

