

## CM5 : Indexation / Modèle relationnel

### 5. L'indexation

#### Rappel

Une *donnée informatique* est un élément d'information ayant subi un encodage numérique



- Consultable/manipulable/échangeable par des programmes informatiques
- Possibilité de la conserver sur un support de stockage numérique (CD-ROM, disque dur, SSD, ...)
- Les informations peuvent être stockées dans un fichier (ex : fichier csv).
- Un jeu de valeurs encodé et enregistré est appelé un *enregistrement*

#### 5.1 Généralités

Pour une gestion efficace des données, il est nécessaire de pouvoir identifier chaque enregistrement de façon unique.

L'indexation des données repose sur un principe simple d'étiquetage consistant à attribuer une étiquette différente à chaque enregistrement. Cette étiquette peut être une suite de caractères arbitraires, un entier, ou un descripteur explicite. On parle en général de **clé** ou d'**identifiant** pour désigner cette étiquette.

- L'**indexation** des données consiste à attribuer à chaque donnée distincte un **identifiant** unique.
- On parle également de *clé* de l'enregistrement:

On peut représenter l'opération d'indexation sous la forme d'une fonction. Si  $\$d\$$  est le jeu de valeurs,  $\$k(d)\$$  désigne l'identifiant de ce jeu de valeurs.

#### Unicité



- soient  $\$d\_1\$$  et  $\$d\_2\$$  deux enregistrements,
- si  $\$k(d\_1) = k(d\_2)\$$ , alors  $\$d\_1=d\_2\$$ .

#### Efficacité

L'existence d'un identifiant unique pour chaque jeu de valeurs  $\$d\$$  permet la mise en œuvre d'une

recherche par identifiant (ou recherche par clé).

La recherche par identifiant repose sur une fonction d'adressage  $I(k)$  qui à tout identifiant  $k$  associe sa position (entrée)  $i$  dans un tableau de données:  $I : k \rightarrow i$ . Ainsi si  $k$  est l'identifiant servant à la recherche, l'extraction des informations se fait en 2 étapes:

- $i = I(k)$  (lecture de l'index des données)
- $d = D[i]$  (lecture des données elles mêmes)



La lecture de l'index repose sur le parcours d'une liste  $L = ((k_1, i_1), (k_2, i_2), \dots, (k_N, i_N))$  telle que  $k_1 < k_2 < \dots < k_N$ , de telle sorte que la recherche s'effectue en  $O(\log N)$  (recherche dichotomique).

## Compacité

L'identifiant doit en pratique tenir sur un nombre d'octets le plus petit possible pour que la liste  $L$  puisse être manipulée en mémoire centrale. Autrement dit, il faut que :

- $|k| \ll |d|$

pour que :

- $|L| \ll |D|$



Un identifiant entier, codé sur 4 octets, permet d'indexer jusqu'à  $2^{4 \times 8} \approx 4 \times 10^9$  données différentes.

## Utilisation

### Définir un ordre sur les données

La présence d'un identifiant permet de définir un ordre total sur les données :

- ordre sur les entiers (identifiant entier)
- ordre alphabétique (identifiant texte)
- ordre ASCII/bétique (chaîne de caractères quelconque)

### Lier les données

Dans le cas des bases de données, l'identifiant constitue une référence vers les jeux de valeurs des tableaux de données. Une référence permet de lier les données d'une table aux données d'une autre table.

Exemple :

- [Artistes](#)

- [Albums](#)
- [Pistes](#)
- Pour chaque album de la table des albums, l'identifiant d'artiste (ici un numéro) permet de lier l'album avec l'artiste (ou groupe) correspondant.
- Pour chaque piste de la table des pistes, l'identifiant d'album permet de lier la piste à l'album correspondant (et donc à l'artiste correspondant par transitivité)



**Exercice** : donner le nom du groupe qui interprète la piste 'Paradise City'.

## Structure d'ensemble

L'index définit l'*appartenance* d'une donnée à un ensemble.

Soit  $\mathcal{E}$  un *ensemble* de données indexées :  $\mathcal{E} = \{d_1, d_2, \dots, d_K\}$  On a l'équivalence :  $d \in \mathcal{E} \Leftrightarrow k(d) \in I$

Ainsi, il ne peut y avoir de doublon car  $\forall d$  :

- $k(d)$  est unique
- $i = k(d)$  est uniquessi  $d \in \mathcal{E}$  et indéfini sinon.

## 5.2 Exemples d'indexation des données

### 5.2.1 Adressage des tableaux

L'exemple le plus simple d'indexation est celui fourni par les **numéros de case** d'un tableau.

- Soit  $D$  un tableau de  $n$  lignes
- le numéro  $i < n$  est à la fois l'identifiant et l'entrée (ou *adresse*) de la ligne  $D[i]$

	Données			
	Index			
0	Dubois	Martine	29, rue du Verger, Orléans	22
1	Gilbert	Jonas	8, rue des Fleurs, Blois	23
2	Dalban	Pierre	13, av. du Général, Privas	22
...				...
$n - 1$	Manoukian	Marianne	55, place des Bleuets, Aubagne	24

$\uparrow$   
 $n$   
 $\downarrow$

## 5.2.2 Maintenance centralisée d'un index

**Dans le cas général, l'identifiant n'est pas égal à l'entrée!**

On sépare donc l'index  $k$  de l'entrée  $i$ :

- $k$  est l'identifiant (ou clé) de la donnée  $d$ . Il s'agit d'une valeur numérique quelconque.
- $i$  est l'entrée de la donnée  $d$ , correspondant à sa position dans le tableau de données.

Lors de l'ajout de nouvelles données, il est nécessaire de définir une méthode permettant d'assurer:



- l'intégrité de l'index
- l'unicité de l'identifiant

Il existe différentes méthodes permettant d'assurer l'intégrité de l'index:

- Le programme maintient une liste triée des identifiants déjà utilisées. Lors de l'ajout d'une nouvelle donnée, il s'assure que l'identifiant n'est pas déjà présente dans la liste.
  - Coût :
    - $O(n)$  en mémoire
    - $O(\log n)$  pour l'ajout
- Dans le cas où les identifiants sont des numéros (entiers), il est possible d'utiliser un compteur qui s'incrémenter à chaque nouvelle insertion.
  - Coût :
    - $O(1)$  en mémoire
    - $O(1)$  pour l'ajout

**Exemples d'indexation centralisée :**



- numéro INE (étudiants)
- numéro URSSAF (sécurité sociale)
- numéro d'immatriculation (véhicules)
- numéro de compte en banque
- code barre
- etc.

## 5.2.3 Indexation pseudo-aléatoire : les fonctions de hachage

Utilisation d'une *fonction de hachage* :

- qui "calcule" la valeur de l'identifiant à partir des valeurs du jeu de valeurs à insérer.
- La fonction de hachage doit être telle que la probabilité de choisir le même identifiant pour deux données différentes soit extrêmement faible.

Attribution d'un identifiant arbitraire entre 0 et  $n-1$

- Etape 1 : **transcodage** binaire des données
  - `i = int.from_bytes(d, byteorder='big')`
  - avantage : les données différentes ont un code entier différent
  - mais :  $|i| = |d|$

```
s = 'paul.poitevin@centrale-marseille.fr'
d = bytes(s, 'ascii')
i = int.from_bytes(d, byteorder='big')
print("i =", i)
```

donne :

```
i =
8528065861149768815100567784717691806974718591507288012415052936271731682296
24211058
```

- Etape 2 : **réduction** du code
  - Méthode 1 : le modulo n (reste de la division entière par n)
    - $k = H(i) = i \bmod n$
    - Avantage :
      - $|k| << |d|$
    - Inconvénient:
      - deux données différentes peuvent avoir le même code
      - ce codage revient à sélectionner les bits de poids faible
      - deux données proches ou très similaires auront un index proche ou similaire : si  $j = i + 1, H(j) = H(i) + 1$  (presque toujours)
      - $\rightarrow$  il faut prendre  $n$  premier
    - $n = 2^{32} = 4294967296$  :
      - $H\_code(paul.poitevin@centrale-marseille.fr) = 1697539698$
      - $H\_code(martin.mollo@centrale-marseille.fr) = 1697539698$
    - $n = 67280421310721$  (premier):
      - $H\_code(paul.poitevin@centrale-marseille.fr) = 36148249469507$
      - $H\_code(martin.mollo@centrale-marseille.fr) = 65330032132071$
  - Méthode 2 : combiner produit et modulo - soient m et n deux nombres premiers entre eux
    - $k = H(i) = (i * m) \bmod n$
    - Avantage :
      - $|k| << |d|$
      - deux entiers proches donneront auront des codes très différents : si  $j = i + 1, j * m - i * m = m$
    - Inconvénient :
      - deux données différentes peuvent avoir le même code
        - le produit  $i * m$  peut être coûteux à calculer
  - Méthode 3 : Hachage cryptographique :
    - Le hachage cryptographique est construit de telle sorte qu'il soit très difficile de trouver un entier  $j \neq i$  tel que  $H(i) = H(j)$ .
    - Un tel code est appelé une "signature".
      - Exemples :
        - [MD4](#)
        - [SHA](#)

## Exemple

Le gestionnaire de bases de données [MongoDB](#) utilise une indexation des données par clé cryptographique.

## 5.3 Généralisation : multi-indexation



TODO

## 5.4 Structures de données pour l'indexation

### 5.4.1 Liste triée



TODO

### 5.4.2 Index bitmap



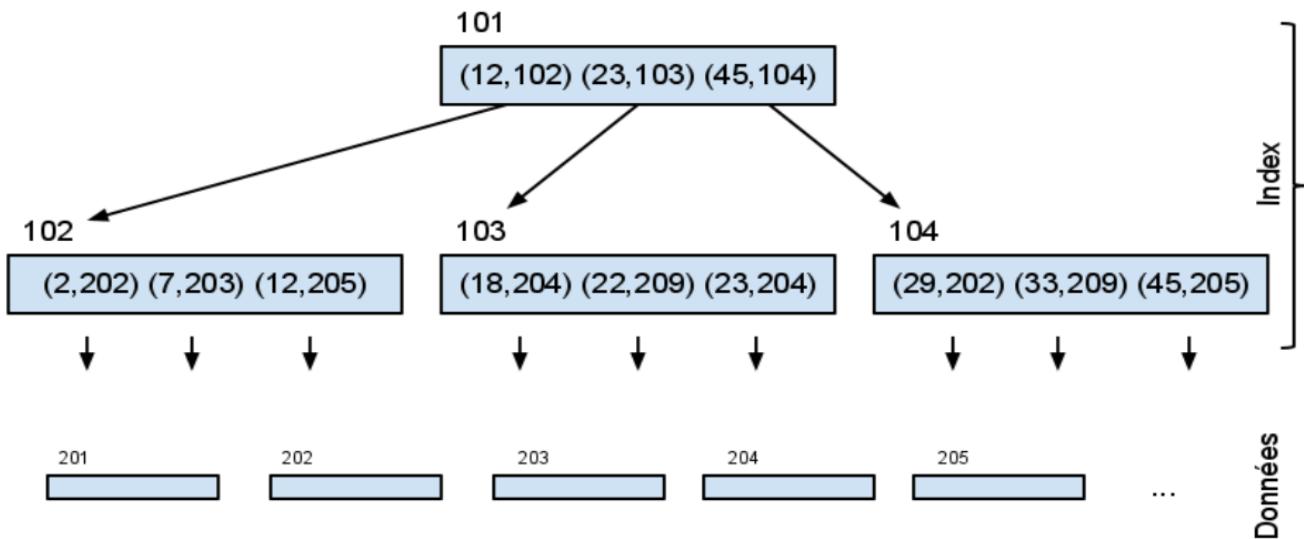
TODO

### 5.4.3 Les B-arbres

Que faire lorsque l'index ne tient pas en totalité dans la mémoire centrale ?

- L'index est découpé en "blocs"
- Les blocs sont organisés sous la forme d'un arbre (B-arbre = "*Balanced Tree*")

Considérons un index composé de couples (clé, numéro de page). On suppose que l'index est également découpé en pages, chaque page d'index contenant au maximum  $b$  clés. Si l'index comporte beaucoup de pages, il est intéressant de l'organiser hiérarchiquement en pages et sous-pages, selon une organisation appelée "B-arbre" (*Balanced Tree*):



- chaque noeud de l'arbre contient une liste croissante de couples (clé, numéro d'une sous-page)
- chaque clé est dupliquée dans sa sous-page :
  - les clés contenues dans la sous-page sont inférieures ou égales à elle,
  - les clés contenues dans la sous-page sont strictement supérieures à celles de la sous-page précédente.
  - les feuilles contiennent des couples (clé, numéro de la page du tableau de données)

### algo : lecture de l'Index

- paramètre d'entrée :  $k$



```

I ← charger la racine de l'arbre
tant que I n'est pas une feuille :
  k' ← première clé de I
  tant que k > k'
    k' ← clé suivante
  I ← charger sous-page de k'

```

Remarque : Pour que l'accès aux données soit efficace,

- il faut que l'arbre soit le moins profond possible : arbre "équilibré".
- Dans ce cas,
  - chaque noeud a  $b$  fils,
  - et la profondeur de l'arbre est de l'ordre de  $\log_b(N)$ .
- Pour charger la page contenant le tuple cherché,
  - il faut donc  $\log_b(N) + 1$  lectures sur disque.

En pratique, il existe des algos permettant d'assurer que chaque noeud contient entre  $b/2$  et  $b$  clés (sauf la racine).



Voir :



- [http://fr.wikipedia.org/wiki/Arbre\\_B](http://fr.wikipedia.org/wiki/Arbre_B)
- <http://en.wikipedia.org/wiki/B-tree>

## 6. Le modèle relationnel

On introduit dans ce chapitre le **modèle relationnel** qui sert de fondation à la conception de bases de données.

Les différents modèles utiles en représentation des connaissances reposent sur des notions de base de la théorie des ensembles :

- Ensemble finis
- Éléments partiellement (ou totalement) discernables

### 6.1 Schéma de données

#### **Rappel : Organisation des données sous forme de tableaux bidimensionnels**

##### **Schémas de données**

- Un enregistrement est un jeu de valeurs organisé sous forme de **tuple**
- A un tuple on associe en général un **schéma de données**.

<u>SCHEMA</u> :	<u>Nom</u>	<u>Prénom</u>	<u>Adresse</u>	<u>Âge</u>
<u>DONNEES</u> :	Dubois	Martine	29, rue du Verger, Orléans	22



- Définir un **schéma** consiste à définir :
  - une liste d'attributs (labels) associées à chacune des valeurs du tuples.
- A chaque **attribut** correspond :
  - un *intitulé*
  - un *domaine* de valeurs (type/format des données)

##### **Tableau de données**

Un tableau de données est une liste (finie et ordonnée) de tuples, chaque tuple obéissant à un même schéma \$R\$.

Tableau de données

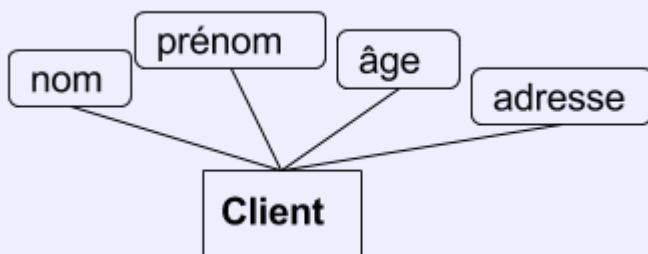


Nom	Prénom	Adresse	Âge	schéma
Dubois	Martine	29, rue du Verger, Orléans	22	
Gilbert	Jonas	8, rue des Fleurs, Blois	23	
Dalban	Pierre	13, av. du Général, Privas	22	tuple
...	...	...	...	
Manoukian	Marianne	55, place des Bleuets, Aubagne	24	

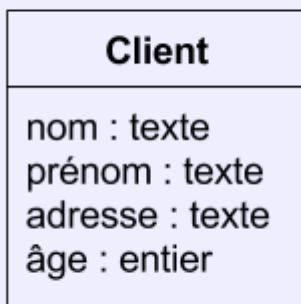
- Soit  $R(A_1, \dots, A_m)$  un schéma.
- On note  $\text{dom}(A_i)$  le domaine associé à l'attribut  $A_i$ .
- On dit d'un tuple  $t$  qu'il obéit au schéma  $R$  si les valeurs qu'il contient correspondent aux domaines des attributs du schéma.

### Diverses représentations :

Entité/association :



UML :



### Schéma relationnel :



**Client**(nom, prénom, adresse, âge)

### Exemples de schémas relationnels :

**Étudiant**(nom, prénom, adresse, INE)



**Ouvrage**(titre, auteur, éditeur, prix, date édition)

**Véhicule**(immatriculation, marque, modèle, couleur)

#### 6.1.1 Entité et attributs

- Une **entité** \$x\$
  - est une représentation d'un objet du monde réel,
  - appartenant au système/à l'organisation modélisée.
- Une entité est décrite par une ou plusieurs valeurs caractéristiques, appelées **attributs**.

Les informations conservées au sujet des entités d'un ensemble sont les **attributs**.

- Chaque **attribut** :

- a un **nom** unique dans le contexte de cet ensemble d'entités : \$A\$, \$B\$, \$C\$, \$A\_1\$, \$A\_2\$, ..., \$A\_m\$, ...
  - Exemples de noms concrets : *couleur, nom, horaire, salaire*.
- prend ses valeurs dans un domaine bien spécifié,
  - également appelé le **type** de l'attribut.
  - Le domaine d'un attribut est noté \$\text{text}\{\text{dom}\}(A\_j) = D\_j\$.
  - Exemples :
    - \$\text{text}\{\text{dom}\}(\text{couleur}) = \{\text{rouge, vert, bleu, jaune}\}\$,
    - \$\text{text}\{\text{dom}\}(\text{nom}) = \$ ensemble des chaînes de caractères,
    - \$\text{text}\{\text{dom}\}(\text{salaire}) = \$ entiers naturels
    - etc...
  - Un attribut \$A\_j\$ est une fonction à valeur sur \$D\_j\$ :



$\$A_j : E \rightarrow D_j \quad \$x \mapsto A_j(x)$

- Un attribut peut être :

- simple ou composé.
  - Exemple : une *adresse* peut être décrite par une simple chaîne de caractères, ou peut être décomposée en *rue, no, boîte, ville, code postal, pays*.
- obligatoire ou facultatif (\$D\_j\$ peut ou non contenir la valeur  $\emptyset$ ).
- atomique ou non (Un attribut peut posséder 0, 1 voire plusieurs valeurs...)

## 6.1.2 Ensembles d'entités et schéma d'ensemble

Un **ensemble d'entités** est un ensemble fini d'éléments :  $\{x_1, \dots, x_n\}$  Il regroupe (ou associe) plusieurs entités ayant des caractéristiques communes (descriptibles à l'aide du même ensemble d'attributs).

### Exemples :

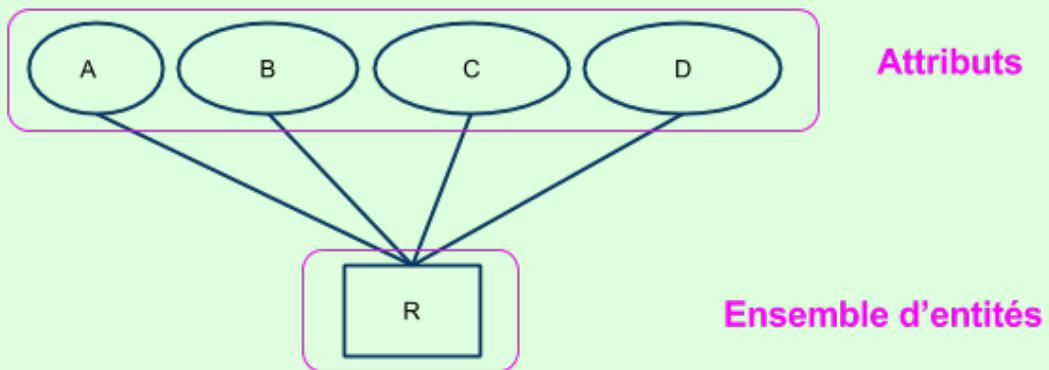


- les employés d'une firme,
- les cours de Centrale Méditerranée,
- une collection de disques,
- etc...

- Les éléments d'un ensemble d'entités sont *partiellement discernables* à travers les valeurs de leurs attributs :
  - les attributs  $(A_1, \dots, A_m)$  servent à décrire les éléments de l'ensemble.
  - Le schéma  $R$  de l'ensemble  $E$  est une *application* de l'ensemble d'entités vers l'ensemble des tuples de schéma  $R$
  - Soit :

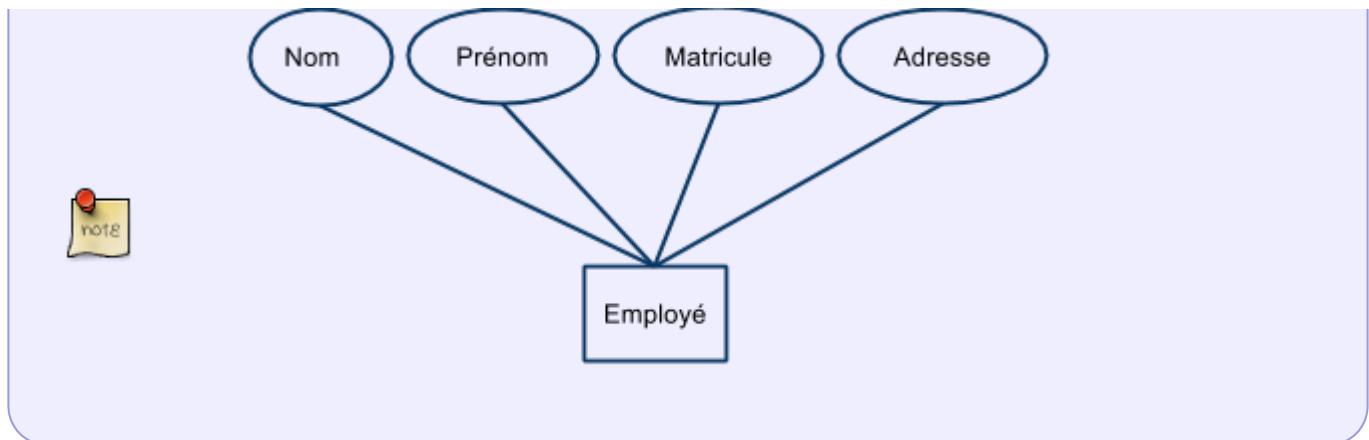
$$R : \mathcal{X} \rightarrow D_1 \times \dots \times D_m$$
  $x_i \mapsto (A_1(x_i), \dots, A_m(x_i))$

### représentation graphique :



### Exemples :





### 6.1.3 Relation

La **Relation** est la représentation logique d'un **tableau de données**.

#### Tableau de données

Un tableau de données est une liste (finie et ordonnée) de tuples, chaque tuple obéissant à un même schéma \$R\$.



Tableau de données

Nom	Prénom	Adresse	Age
Dubois	Martine	29, rue du Verger, Orléans	22
Gilbert	Jonas	8, rue des Fleurs, Blois	23
Dalban	Pierre	13, av. du Général, Privas	22
...	...	...	...
Manoukian	Marianne	55, place des Bleuets, Aubagne	24

schéma  
tuple

#### Définition



Soit \$R = (A\_1, \dots, A\_m)\$ un schéma de données

Une **relation** \$r\$ obéissant au schéma \$R\$ est un *sous-ensemble du produit cartésien* \$\text{dom}(A\_1) \times \dots \times \text{dom}(A\_m)\$



**Corollaire** : une relation est un **ensemble** de tuples : \$\$ r = \{t\_1, \dots, t\_n\} = \{(a\_{11}, \dots, a\_{1m}), \dots, (a\_{n1}, \dots, a\_{nm})\} \$\$



- avec :
  - $\$forall (i,j), a_{ij} \in \text{text}\{\text{dom}\}(A_j), \$$
  - $\$forall i, t_i \in \text{text}\{\text{dom}\}(A_1) \times \dots \times \text{text}\{\text{dom}\}(A_m)$
  - $n$  : nombre de tuples
  - $m$  : nombre d'attributs par tuple

**Remarque :**



- Le **schéma**  $R$  représente le niveau abstrait (modélisation)
- La **relation**  $r$  représente un cas concret de réalisatlon (à un schéma  $R$  peuvent correspondre une infinité de réalisations possibles :  $r$ ,  $r'$ ,  $r''$ , etc.)

## 6.2 Dépendances fonctionnelles

- Au sein d'un schéma  $R$ ,
  - Il peut exister un ensemble de contraintes, noté  $F$ ,
    - portant sur les attributs (plus précisément sur les valeurs prises par les attributs).
    - L'ensemble  $F$  est indépendant de  $R$ .
  - On parle de **contraintes d'intégrité**.
    - Ces contraintes s'expriment sous la forme de **dépendances fonctionnelles**.



**Rappels d'algèbre de base:**

- **Relation binaire** : une relation binaire  $r$  portant sur deux domaines  $A$  et  $B$ :
  - est un sous-ensemble du produit cartésien  $A \times B$ .
  - si  $(a,b) \in r$ , on note parfois  $a \in r b$  ce qui signifie "a est en relation avec b".
- **Fonction** : une fonction  $f : A \rightarrow B$  est une relation binaire sur  $A \times B$  telle que
  - pour tout  $a \in A$ ,
  - il existe un unique  $b$  tel que  $(a,b) \in f$ .
  - On note  $b=f(a)$ ,
    - ce qui signifie qu'au sein de la relation  $f$ ,  $b$  est déterminé de façon unique par le choix de  $a$  (autrement dit : "b dépend de a")



### Dépendance fonctionnelle

- Soit  $r$  une relation définie selon  $R(A_1, \dots, A_m)$
- Soient  $X$  et  $Y$  deux sous-ensembles de  $R$
- On dit que la relation  $r$  définit une *dépendance fonctionnelle* de  $X$  vers  $Y$ ,
  - notée  $X \stackrel{r}{\rightarrow} Y$
  - si les valeurs de  $r$  permettent de définir une fonction de  $d(X)$  vers  $d(Y)$ .

**Exemple 1 :**

Soit la relation  $r$ :

A	B	C
1	a	e
2	b	f
2	c	f
3	d	k
4	d	k



- On a les dépendances suivantes :
  - $A \rightarrow C$
  - $B \rightarrow C$
  - mais pas :  $A \rightarrow B$ ,  $B \rightarrow A$ , ni  $C \rightarrow A$
- On a aussi :
  - $A, B \rightarrow C$
  - mais pas :  $B, C \rightarrow A$ , ni  $A, C \rightarrow B$ , etc.

**Exemple 2 :**

- Soit le schéma :
  - **Commande** (num\_client, quantité, prix, date, num\_article)
- et l'ensemble de contraintes

```
## \begin{array}{rl} F &= \{ \& \text{num\_client, date} \rightarrow \text{num\_article}, \\ & \text{quantité, prix} \& \text{num\_article, quantité} \rightarrow \text{prix} \& \} \\ & \end{array} ##
```

- La première contrainte indique qu'il ne peut y avoir deux factures émises pour un même client à une date donnée.
- La seconde contrainte indique que le prix payé dépend de l'article et de la quantité commandée.

**Exemple 3 :**

- Soit le schéma :
  - **Ouvrage** (titre, auteur, éditeur, prix, date édition)
- et la contrainte :
  - {titre, auteur, éditeur → prix, date édition}

La contrainte signifie :

- “pour une oeuvre chez un certain éditeur, une seule édition est possible (pas de réédition à une date ultérieure)”
- “politique du prix unique”

**Exercice :** Soit le schéma :

- **Réservation**(code\_appareil, date, heure, salle)



Exprimer la dépendance fonctionnelle :

- « *Un appareil ne peut pas être utilisé dans deux locaux différents au même moment* »

- Il importe donc de bien réfléchir, au moment de l'étape de conception,
  - du réalisme et du caractère limitant de certaines dépendances fonctionnelles,
  - et du caractère éventuellement limitant du choix des attributs.
- Ainsi, le schéma décrivant les commandes (exemple 2)
  - ne permet pas de commander des articles de nature différente au sein d'une même commande
  - (un client, pour commander deux râteaux et une truelle, doit donc effectuer deux commandes, qui plus est à des dates différentes!).

### Exercice

Soit le schéma relationnel suivant :



**Billet**(num\_train, type\_train, num\_voiture, num\_place, date, id\_passager, nom\_passager, prénom\_passager, date\_naissance, gare\_départ, horaire\_départ, gare\_arrivée, horaire\_arrivée, classe, tarif)

Définir des dépendances fonctionnelles sur cet ensemble d'attributs

## 6.3 Clé d'une relation

### 6.3.1 Définitions

- Soit un schéma  $R(A_1, \dots, A_m)$ .

#### Clé



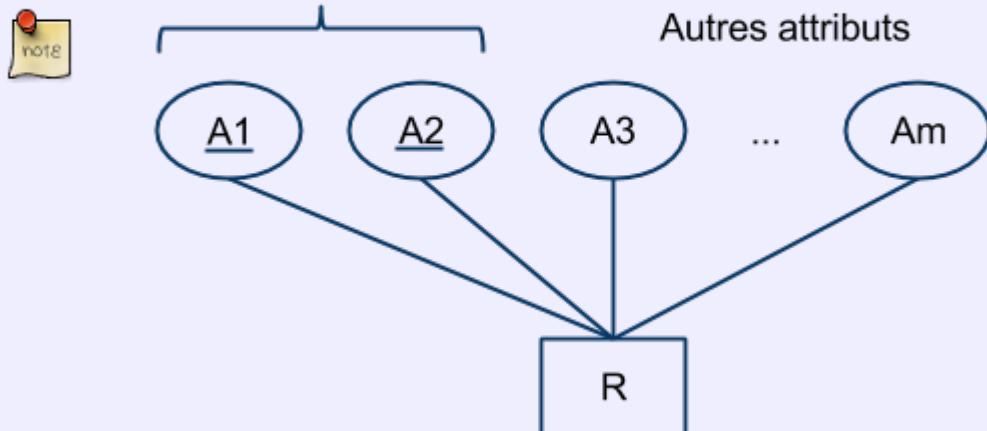
- Une **clé**  $K$  :
  - est un ensemble **minimal** d'attributs inclus dans  $R$ ,
  - tel que toute relation  $r$  de schéma  $R$  définit une dépendance fonctionnelle de  $d(K)$  dans  $d(R)$ ,
  - cette dépendance est notée  $K \rightarrow R$ .



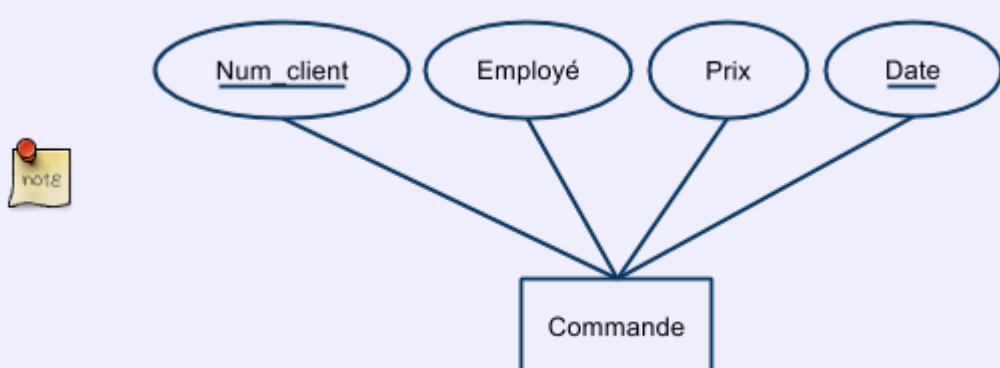
- **Remarques :**

- Si un schéma  $R$  possède une clé  $K$ , alors tous les éléments d'une relation  $r$  de schéma  $R$  sont discernables : la valeur de la clé permet d'identifier de façon unique chaque élément de l'ensemble.
- Au sein d'un schéma, il est souvent possible de définir plusieurs clés à partir des attributs. Le concepteur du modèle choisit une clé parmi les clés possibles. Cette clé est appelée **clé primaire**.
- Graphiquement, les attributs constituant la clé sont soulignés:

### Clé de l'ensemble

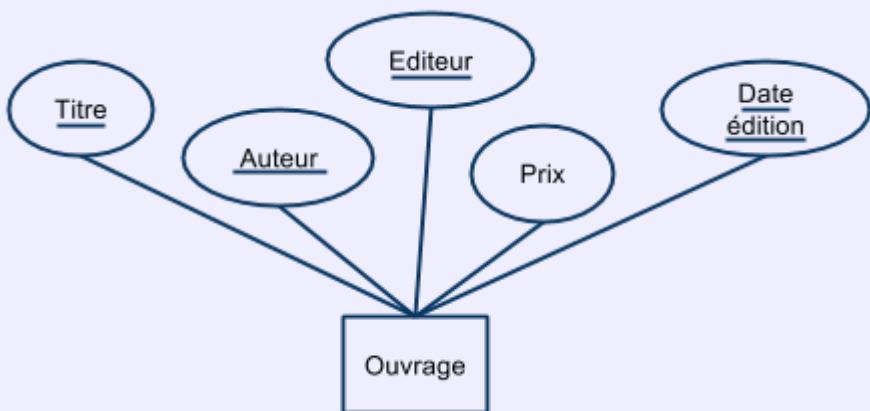


### Exemple 1 :

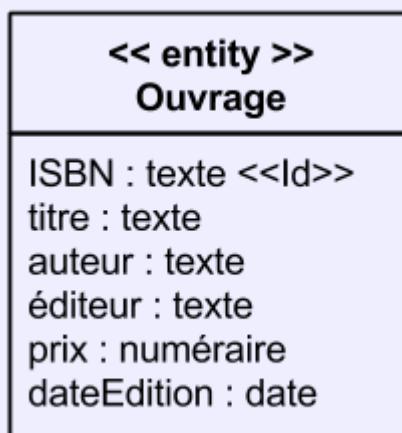
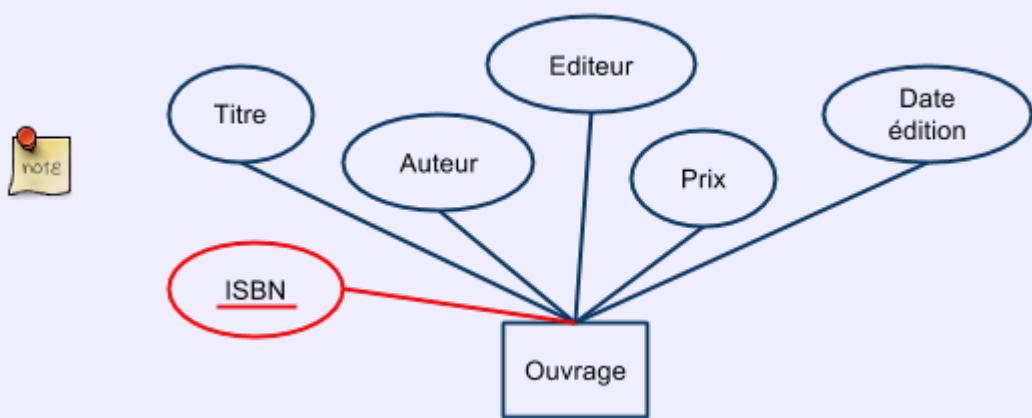


### Exemple 2 :





- Pour certains schémas,
  - il est courant de définir comme clé un entier **identifiant de façon unique** chaque élément de l'ensemble (appelé identifiant ou "Id").
  - La clé est alors constituée de cet attribut unique.



Représentation UML :

### 6.3.2 Axiomes d'Amstrong

Soit  $K$  une clé candidate. On démontre que  $K \rightarrow R$  à l'aide des *axiomes d'Amstrong* à

partir d'un ensemble de DF connues:

### Axiomes d'Amstrong



1. **Réflexivité** :  $Y \subseteq X \Rightarrow Y \Rightarrow Y$
2. **Augmentation** :  $X \Rightarrow Y \Rightarrow X, Z \Rightarrow Y, Z$
3. **Transitivité** :  $X \Rightarrow Y \text{ et } Y \Rightarrow Z \Rightarrow X \Rightarrow Z$
4. **Pseudo-transitivité** :  $X \Rightarrow Y \text{ et } Y, W \Rightarrow Z \Rightarrow X, W \Rightarrow Z$
5. **Union** :  $X \Rightarrow Y \text{ et } X \Rightarrow Z \Rightarrow X \Rightarrow Y, Z$
6. **Décomposition** :  $X \Rightarrow Y, Z \Rightarrow X \Rightarrow Y \text{ et } X \Rightarrow Z$

### Exercice

Soit le schéma relationnel suivant :



**Billet**(num\_train, type\_train, num\_voiture, num\_place, date, id\_passager, nom\_passager, prénom\_passager, date\_naissance, gare\_départ, horaire\_départ, gare\_arrivée, horaire\_arrivée, classe, tarif)

Montrer que l'ensemble {num\_train, num\_voiture, num\_place, date, gare\_départ} est une clé primaire du schéma?

## 6.4 Normalisation d'un schéma

### Tables mal construites

#### Exemple : fournisseurs de composants électroniques:

$\text{Fournisseur}(\underline{\text{nom_f}}, \text{composant}), \text{adresse_f}, \text{prix})$



- **Problèmes :**

- **Redondance** : l'adresse des fournisseurs est répétée plusieurs fois
- **Inconsistance** : mauvaise mise à jour  $\Rightarrow$  adresses différentes pour un même fournisseur.
- **Problème Insertion** : on ne peut pas insérer dans la table un fournisseur qui ne fournit rien
- **Problème suppression** : si un fournisseur ne fournit plus rien, on perd son adresse

- Solution?

- Couper la table en 2?



\$\$\text{bf}\{Fournisseurs\} (\text{nom\\_f}, \text{adresse\\_f})\$\$  
 \$\$\text{bf}\{Catalogue\}(\text{composant}, \text{prix})\$\$

-> Impossible de retrouver les prix pratiqués par les différents fournisseurs.

- Nouveau Schéma :



\$\$\text{bf}\{Fournisseurs\} (\text{nom\\_f}, \text{adresse\\_f})\$\$  
 \$\$\text{bf}\{Catalogue\}(\text{nom\\_f}, \text{composant}, \text{prix})\$\$

-> Il est possible de reconstruire la table initiale en effectuant une jointure entre ces 2 tables sur l'attribut nom\_f.

**Exercice :** Les tables suivantes sont-elles bien ou mal construites?



- **Enseignement** (id\_enseignant, nom\_enseignant, matière, id\_elève, nom\_elève)
- **Arrêt** (num\_train, horaire, nom\_gare, ville)
- **Facture** (id\_client, article, date, montant)

## 6.5 Formes Normales

### Les Formes normales

- Restreignent les dépendances admises dans un schéma relationnel
- Permettent d'éviter la duplication de l'information au sein des relations
- Définissent une méthode
  - de **décomposition** d'un schéma relationnel redondant
  - en plusieurs schémas *liés entre eux*:

#### 6.5.1 2ème forme normale (2FN)

##### Dépendance fonctionnelle élémentaire (DFE)



- Soit  $R$  un schéma relationnel
- Soit  $X$  un ensemble d'attributs  $\subseteq R$
- Soit  $A$  un attribut de  $R$
- Il existe une DFE entre  $X$  et  $A$  ssi :
  - $X \rightarrow A$
  - Il n'existe aucun sous-ensemble  $Y \subseteq X$  tel que  $Y \rightarrow A$

## 2ème forme normale (2FN)



- Un schéma  $R$  est en 2FN :
  - ssi la clé primaire de  $R$  est en DFE avec tous les autres attributs.
  - Donc : il n'y a pas d'attributs qui ne dépendent que d'une partie de la clé.



**Exemple :**  $\text{Fournisseur}(\underline{\text{nom\_f}}, \text{composant}, \text{adresse\_f}, \text{prix}) \rightarrow \text{nom\_f} \rightarrow \text{adresse\_f} \rightarrow \text{nom\_f}, \text{composant} \rightarrow \text{prix} \Rightarrow \text{Pas 2FN!!}$

### 6.5.2 Normalisation 2FN

- Lorsqu'un schéma relationnel n'est pas en deuxième forme normale, il doit être normalisé:

#### Normalisation 2FN :

- Pour obtenir un schéma 2FN:
  - on "découpe" la table selon les DFE trouvées entre les attributs de la clé et ceux qui ne sont pas dans la clé.
- La normalisation consiste:
  - à créer une nouvelle table pour chaque DFE ainsi trouvée.
- Soit :

$\mathbf{R}(\underline{A_1, \dots, A_i, \dots, A_n}, B_1, \dots, B_j, \dots, B_m)$

- avec :

$\color{red}{A_i} \rightarrow \text{DFE} \rightarrow \color{red}{B_j}$   
 $\underline{A_1, \dots, A_i, \dots, A_n} \rightarrow \text{DFE} \rightarrow B_1, \dots, B_{j-1}, B_{j+1}, \dots, B_m$

- Alors le schéma de table doit être modifié comme suit :

$\mathbf{R_1}(\underline{A_1, \dots, A_i, \dots, A_n}, B_1, \dots, B_{j-1}, B_{j+1}, \dots, B_m)$   
 $\mathbf{R_2}(\color{red}{A_i}, \color{red}{B_j})$

#### Attention



Même si aucun attribut ne dépend plus de la clé primaire initiale, il est important de la conserver dans une table spécifique (elle sert à "lier" les valeurs dispersées dans les différentes tables).

### **Exemple**

- Avant:

```
 $$\textbf{Fournisseur}(\underline{\text{nom\_f}}, \text{adresse\_f}, \text{prix})$$
    $ \text{nom\_f} \rightarrow \text{adresse\_f} $ $ \text{nom\_f}, \text{prix} \rightarrow \text{nom\_f, composant}
```

- Après:

```
 $$\textbf{Catalogue}(\underline{\text{nom\_f}}, \text{prix})$$
    $ \text{nom\_f} \rightarrow \text{prix} $ $ \textbf{Fournisseur}(\underline{\text{nom\_f}}, \text{adresse\_f})$
```



**Remarque :** le schéma est maintenant constitué de deux tables.



- Les tables ont un attribut commun : *nom\_f* (clé primaire de la table Fournisseur).
- La clé primaire de la table des Fournisseurs est dupliquée dans la table des prix (appelée ici **Catalogue**).
- On dit que *nom\_f* est une **clé étrangère** de la table des prix (l'attribut fait référence à la clé primaire d'une autre table, en l'occurrence la table des fournisseurs - voir 3.1.1).

### **6.5.3 3ème forme normale (3FN)**



#### **Dépendance Fonctionnelle Directe (DFD) :**

La dépendance fonctionnelle entre 2 attributs  $A_i$  et  $A_j$  est *directe* s'il n'existe pas de  $A_k$  tel que :  $A_i \rightarrow A_k \rightarrow A_j$



#### **3ème Forme Normale (3FN)**

Un schéma est 3FN :

- S'il est 2FN
- Si tous les attributs sont en DFD avec la clé.

### **Exemple :**



```
 $$\textbf{Commande}(\underline{\text{num\_commande}}, \text{nom\_f}, \text{adresse\_f}, \text{composant}, \text{quantité})$$
    $ \text{num\_commande} \rightarrow \text{nom\_f, adresse\_f, composant, quantité} $ $ \text{nom\_f} \rightarrow \text{adresse\_f} $
```



Le schéma n'est pas 3FN!! (dépendance transitive entre num\_commande et adresse)

#### 6.5.4 Normalisation 3FN

\* Lorsqu'un schéma relationnel n'est pas en troisième forme normale, il doit être normalisé:

##### Normalisation 3FN

- On crée une table pour chaque DFD trouvée au sein des attributs n'appartenant pas à la clé.

Soit :  $\$ \$ R (\underline{A_1, \dots, A_m}, B_1, \dots, \color{red}{B_i}, \dots, \color{red}{B_j}, \dots, B_n) \$ \$$  avec :  $\$ \$ A_1, \dots, A_m \stackrel{\text{DFD}}{\rightarrow} B_1, \dots, \color{red}{B_i}, \dots, B_{j-1}, B_{j+1}, \dots, B_n \$ \$$   
 $\$ \$ \color{red}{B_i} \stackrel{\text{DFD}}{\rightarrow} \color{red}{B_j} \$ \$$  Alors :  $\$ \$ R_1 (\underline{A_1, \dots, A_m}, B_1, \dots, \color{red}{B_i}, \dots, B_{j-1}, B_{j+1}, \dots, B_n) \$ \$ R_2 (\underline{\color{red}{B_i}}, \color{red}{B_j}) \$ \$$



##### Attention



Comme précédemment, il est important de **conserver** la clé primaire de la table initiale si elle permet d'associer les valeurs dispersées dans les tables.

##### Exemple :

Avant :

- **Commande** (num\_commande, nom\_f, adresse\_f, composant, quantité)
- avec :
  - num\_commande → nom\_f, composant, quantité
  - nom\_f → adresse\_f



Après :

- **Commande** (num\_commande, nom\_f, composant, quantité)
- **Client** (nom\_f, adresse\_f)

L'attribut nom\_f est maintenant clé primaire de la table Client et clé étrangère de la table Commande.

From:

<https://wiki.centrale-med.fr/informatique/> - **WiKi informatique**



Permanent link:

[https://wiki.centrale-med.fr/informatique/tc\\_info:cm5](https://wiki.centrale-med.fr/informatique/tc_info:cm5)

Last update: **2024/06/28 15:18**