

Etude prospective pour une méthode isogéométrique espace-temps – Applications à l'élasticité linéaire en dynamique et à l'équation de la chaleur

Encadrants : Dominique Eyheramendy (ECM/LMA) & Stéphane Lejeunes (LMA)

Champ: Mécanique computationnelle, simulation numérique

Mots clés: analyse isogéométrique, éléments finis, formulations espace-temps.

1. Contexte du projet

La méthode des éléments-finis est devenue depuis les années 70 la méthode numérique la plus répandue et l'une des plus versatile dans le domaine de la mécanique computationnelle : fluides, solides et structures, ainsi que dans tous les domaines connexes. Le principe de base de la méthode repose sur l'utilisation de fonctions polynomiales pour la recherche de solutions dans un cadre aujourd'hui largement variationnel. Ce cadre permet d'avoir une méthode à la fois simple et robuste. Toute la difficulté avec ce type de méthode repose alors sur l'utilisation de techniques de génération de maillage basées sur des représentations géométriques classique de la CAO (Conception Assistée par Ordinateur) comme le montre la Figure 1. Une grande part des problèmes de précision de la méthode provient donc de la qualité du maillage et de sa capacité à appréhender avec précision la géométrie réelle. De manière classique, des outils de CAO cohabitent avec des outils de calculs de type éléments finis, le lien entre les deux étant la génération de maillage. Dans les cas classiques, il est souvent nécessaire d'intervenir « à la main » afin d'obtenir des maillages de calcul cohérents. D'importants efforts ont donc été déployés sur la CAO en parallèle au développement de la méthode des éléments finis depuis les années 70.

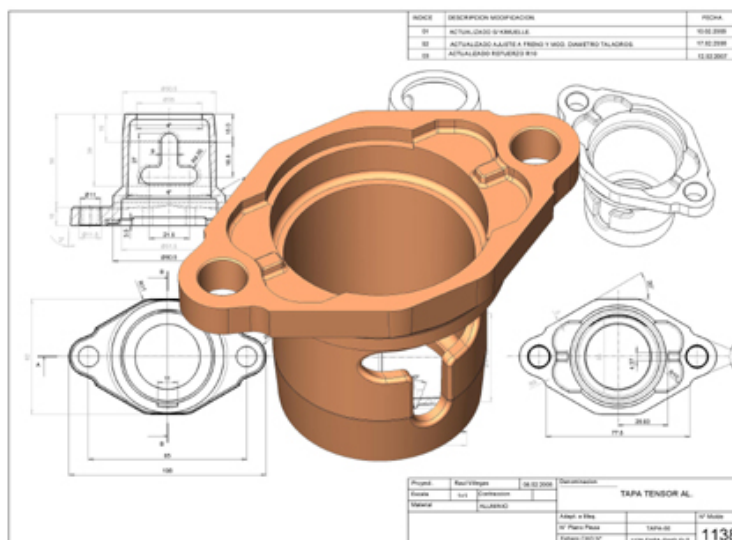


Figure 1 Modèle CAO en NURBS sous CATIA

Une idée récemment proposée par Hughes en 2005 (voir [[1]]) permet de combler le fossé entre CAO et méthode des éléments finis. Le concept clé est l'utilisation des fonctions de bases de la représentation géométrique (B-Spline ou NURBS -non-uniform rational B-spline-) comme fonctions de bases pour la formulation numérique d'un problème variationnel, en lieu et place des fonctions polynomiales de la méthode des éléments finis. Cette classe de méthodes est appelée analyse isogéométrique. Ainsi, le domaine de calcul est exactement celui de la CAO.

Ce domaine est aujourd'hui en pleine expansion (voir [[2]] par exemple) et offre des perspectives scientifiques et industrielles très intéressantes en termes de chaîne de conception/production.

2. Objectif du projet

Dans ce travail, nous souhaitons étudier le formalisme isogéométrique pour des domaines espace-temps (voir [3][4][5]). L'idée est de remplacer les classiques schémas d'intégration en temps (différence finis la plupart du temps) par un modèle de discrétisation identique en temps et espace. La méthode isogéométrique ayant de très bonnes performances numériques, on pense pouvoir développer des schémas en temps permettant d'utiliser de « grand » pas de temps. Nous étudierons ces schémas sur des problèmes 1D en espace (élasticité linéaire en dynamique, équation de la chaleur, convection/diffusion) donc 2D en espace-temps.

Bibliographie:

- [1] T.J.R. Hughes, J.A. Cottrell, Y. Bazilevs, Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement, *Comput Methods Appl Mech Eng*, 194 (2005), pp. 4135–4195
- [2] Y. Zhang, Y. Bazilevs, S. Goswami, C. Bajaj, T.J.R. Hughes, Patient-specific vascular NURBS modeling for isogeometric analysis of blood flow, *Comput Methods Appl Mech Eng*, 196 (2007), pp. 2943–2959.
- [3] T.J.R. Hughes and G.M. Hulbert, Space-time finite element methods for elastodynamics : formulations and error estimates, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 66 (1988) 339-363.
- [4] T.E. Tezduyar, M. Behr and J. Liou, A new strategy for finite element computations involving moving boundaries and interfaces - The deforming-spatial-domain/space-time procedure : I. The concept and the preliminary numerical tests, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 94 (1992) pp. 339-351.
- [5] K. Takizawa, Computational engineering analysis with the new-generation space-time methods, *Comput. Mech.* 54 (2014) 193-211.